Klassenstufen 11 bis 13

Donnerstag, 22. März 2001 Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die dafür vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzu addiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Ist die Antwort falsch, werden 3/4, 4/4 oder 5/4 Punkte abgezogen. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

3-Punkte-Aufgaben

1. Josef hat 100 Mäuse, einige davon sind weiß, der Rest ist grau. Mindestens eine Maus ist grau, und unter beliebig herausgegriffenen 7 Mäusen sind stets mindestens 4 Mäuse weiß. Wie viele der 100 Mäuse sind dann höchstens grau?

(**A**) 1 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 93 (**E**) 99

2. Wie viele Kugeln vom Radius 1 cm passen höchstens in eine würfelförmige Schachtel mit einem Innenvolumen von 64 cm^3?

(**A**) 8 (**B**) 16 (**C**) 27 (**D**) 36 (**E**) 64

3. Wenn $\log_2 10 = a$, dann ist $\log_{10} 2 =$

(**A**) $2a$ (**B**) $\frac{a}{2}$ (**C**) $5a$ (**D**) $\frac{a}{5}$ (**E**) $\frac{1}{a}$

4. Wie viele Primzahlen sind kleiner als 2001 und haben die Quersumme 2 (als Quersumme bezeichnet man die Summe der Ziffern)?

(**A**) weniger als 3 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) mehr als 5

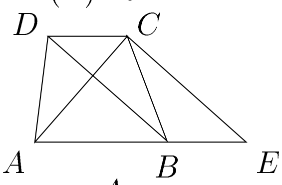
5. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (das ist die Anzahl der günstigen Fälle geteilt durch die Anzahl der möglichen), dass eine zufällig gewählte 3-stellige Zahl geradzahlig und größer als 399 ist?

(**A**) $\frac{1}{2}$ (**B**) $\frac{1}{3}$ (**C**) $\frac{1}{6}$ (**D**) $\frac{2}{3}$ (**E**) $\frac{1}{9}$

6. $\dfrac{\overbrace{9999\ldots9999}^{18 \times 9}}{999999999} - 1 =$

(**A**) 9^9 (**B**) $9^9 - 1$ (**C**) 9^{10} (**D**) 10^9 (**E**) 10^{10}

7. Wir betrachten das Trapez $ABCD$ mit $AB \parallel CD$ und E auf der Verlängerung von AB so, dass gilt $DB \parallel CE$. Was gilt dann für das Verhältnis der Flächeninhalte A_{ABCD} und A_{ACE}?



(**A**) $A_{ABCD} = A_{ACE}$ (**B**) $A_{ABCD} = 2A_{ACE}$ (**C**) $2A_{ABCD} = A_{ACE}$
(**D**) $A_{ABCD} = \frac{2}{3}A_{ACE}$ (**E**) Das lässt sich nicht bestimmen.

8. Die Anzahl der Quadrupel von natürlichen Zahlen (x, y, z, t), die der Bedingung $x < y < z < t$ genügen und für die $x \cdot y \cdot z \cdot t - 1 = 2001$ gilt, ist gleich

(**A**) 10 (**B**) 7 (**C**) 6 (**D**) 4 (**E**) 1

9. Paula und Jan starten mit ihren Fahrrädern vom Zeltplatz in ihrem Urlaubsort um 14:10 Uhr. Paula fährt mit 32 km/h nach Norden, Jan mit 24 km/h nach Osten. Wenn sie ohne Pause mit stets gleicher Geschwindigkeit fahren, dann sind sie 130 km voneinander entfernt um

(**A**) 16:10 Uhr (**B**) 16:20 Uhr (**C**) 17:00 Uhr (**D**) 17:25 Uhr (**E**) 18:10 Uhr

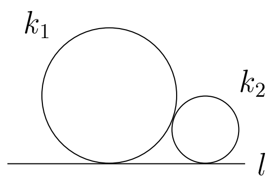
10. Der größte gemeinsame Teiler der Zahlen 91 und k sei größer als 50. Dann gilt gewiss

(**A**) k ist mindestens dreistellig (**B**) k ist durch 21 teilbar
(**C**) 91 ist ein Vielfaches von k (**D**) k ist ein Vielfaches von 91
(**E**) k ist entweder durch 7 oder durch 13 teilbar

4-Punkte-Aufgaben

11. k_1 und k_2 seien verschieden große Kreise, die sich von außen und die beide die Gerade l berühren. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

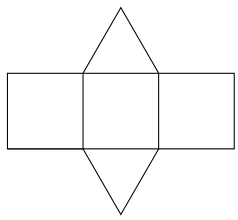
(**A**) Es gibt genau 4 Kreise, die k_1,k_2 und l berühren.
(**B**) Es gibt genau 2 Kreise, die k_1,k_2 und l berühren.
(**C**) Es gibt genau 1 Kreis, der k_1,k_2 und l berührt.
(**D**) Es gibt keinen Kreis, der k_1,k_2 und l berührt.
(**E**) Keine der Aussagen (A) bis (D) ist wahr.



12. An einem Quiz beteiligen sich 10 Personen. Es werden 7 Fragen gestellt. Am Ende hat jede Person mindestens 2 Fragen richtig beantwortet, und es gab keine Frage, die von mehr als 6 Personen richtig beantwortet wurde. Welches ist die größtmögliche Anzahl von Fragen, auf die keiner eine richtige Antwort gab?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4

13. Alle Kanten des Körpers, dessen Netz in der Abbildung dargestellt ist, sind 4 cm lang. Dann ist das Volumen des Körpers gleich

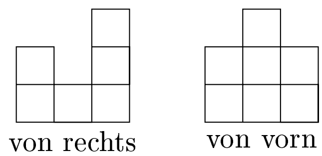


(**A**) $16\sqrt{3}$ cm^3 (**B**) 32 cm^3 (**C**) $\frac{64}{3}$ cm^3
(**D**) $32\sqrt{3}$ cm^3 (**E**) 64 cm^3

14. Ein 16er Pack Känguru-Radierer kostet so viele Euro, wie man Känguru-Radierer für 1 € erhält. Wie viel Cent kostet ein Känguru-Radierer? (1€ = 100¢)

(**A**) 4 ¢ (**B**) 8¢ (**C**) 12¢ (**D**) 15¢ (**E**) 25¢

15. Meine kleine Schwester Elly hat aus Holzwürfeln ein „Haus“ gebaut, das ich dann von rechts und von vorn gezeichnet habe. Wie viele Holzwürfel hat Elly dafür höchstens verwendet?



(**A**) 13 (**B**) 14 (**C**) 15 (**D**) 16 (**E**) 17

16. Die Folge der Quadratzahlen beginnt mit 1, 4, 9, 16, ... Die Zahl 10^8 gehört zu dieser Folge. Welche Zahl folgt auf die 10^8?

(**A**) $(10^4 + 1)^2$ (**B**) $(10^8 + 1)^2$ (**C**) $(10^5)^2$ (**D**) $(10^8)^2$ (**E**) $(10^4)^2 + 1$

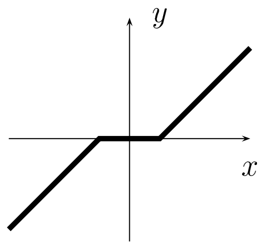
17. In einem Trapez $ABCD$ mit $AB \parallel CD$ ist $\overline{AB} = 1,2$ cm und $\overline{CD} = \overline{BC} = 6$ cm. Um wie viele Zentimeter muss ich die Strecke BC verlängern, bis diese Verlängerung sich mit der Verlängerung der Strecke AD schneidet?

(**A**) um 1,2 cm (**B**) um 1,5 cm
(**C**) um 1,8 cm (**D**) um 2,4 cm
(**E**) Die Länge hängt von der Größe des Winkels $\angle ABC$ ab.

18. Einige von 11 Schachteln enthalten 8 kleinere Schachteln, und einige dieser kleineren enthalten ihrerseits wieder je 8 kleinere Schachteln. Wenn es genau 102 Schachteln gibt, die keine kleineren Schachteln enthalten, wie viele Schachteln haben wir dann insgesamt?

(**A**) 102 (**B**) 64 (**C**) 118
(**D**) 115 (**E**) Das läßt sich nicht berechnen.

19. Zu welcher Funktion gehört der abgebildete Graph?



(**A**) $y = \frac{1}{2}|x-1| - \frac{1}{2}|x+1|$ (**B**) $y = |x|$
(**C**) $y = x + 1$ (**D**) $y = \frac{1}{2}|x-1| + \frac{1}{2}|x+1|$
(**E**) $y = \frac{1}{2}|x-1| - \frac{1}{2}|x+1| + x$

20. Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks sei 0,9 cm lang, die Katheten mögen die Längen a cm bzw. b cm haben. Welche der folgenden Zahlen ist die kleinste?

(**A**) $a^2 + b^2$ (**B**) $(a+b)^2$ (**C**) 0,9 (**D**) $a+b$ (**E**) ab

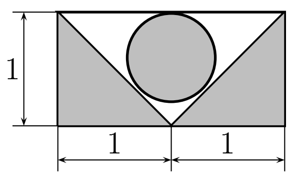
5-Punkte-Aufgaben

21. Ein 43×43-Kästchenpapier ist mit den Farben 1, 2, 3 und 4 ausgemalt (s. Abb.). Welche Farbe wurde am häufigsten benutzt?

1	2	3	4	1	2	3	$\cdots$	
2	3	4	1	2	3		$\cdots$	
3	4	1	2	3			$\cdots$	
4	1	2	3				$\cdots$	
1	2	3					$\cdots$	
2	3						$\cdots$	
3							$\cdots$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
							$\cdots$	

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) keine

22. Wie groß ist der Flächeninhalt der grauen Fläche?



(**A**) 1 (**B**) $\pi + 1$ (**C**) $\frac{\pi}{4} + 1$
(**D**) $\pi(3 - 2\sqrt{2}) + 1$ (**E**) $\pi\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$

23. Bei einem Pferderennen sind die Pferde A, B, C, D und E beteiligt. Bei der Diskussion der Einlaufmöglichkeiten stellen die Experten fest, dass sie die Pferde so wenig kennen, dass ihnen nahezu jeder Einlauf möglich erscheint. Die einzige Einschränkung besteht darin, dass B ganz gewiss nicht vor A durchs Ziel gehen wird. Wie viele Einlaufmöglichkeiten gibt es bei dieser Einschränkung, wenn vorausgesetzt wird, dass alle Pferde zu unterschiedlichen Zeiten durchs Ziel gehen?

(**A**) 110 (**B**) 105 (**C**) 72 (**D**) 64 (**E**) 60

24. Ali, Beatrix, Claire und Dieter tragen das Schachendspiel in ihrer Schule gegeneinander aus. Es spielt jeder gegen jeden; wer gewinnt, erhält 3 Punkte, bei Remis gibt es je 1 Punkt, wer verliert, geht leer aus. Am Ende des Turniers haben Ali 7, Beatrix 4, Claire und Dieter je 3 Punkte. Welche Aussage ist gewiss richtig?

(**A**) Ali hat gegen Dieter gewonnen.

(**B**) Beim Turnier hat es überhaupt kein Remis gegeben.

(**C**) Dieter hat gegen Ali gewonnen.

(**D**) Die Partie zwischen Ali und Dieter endete mit einem Remis.

(**E**) Die angegebene Punktverteilung ist nicht möglich.

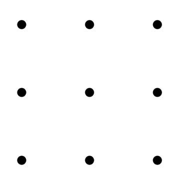
25. Welche der folgenden Funktionen hat die Eigenschaften (1) bis (3):

(1) $f(x)$ ist für alle $x \geq 0$ definiert.
(2) Es gilt $f(x) \geq -2$ für alle $x \geq 0$.
(3) Es gibt eine reelle Zahl x, $x \geq 0$, mit $f(x) = -2$.

(**A**) $f(x) = |x - 2|$ (**B**) $f(x) = x^2 - 2x - 1$ (**C**) $f(x) = \dfrac{1-3x}{x}$

(**D**) $f(x) = x^2 - x - 2$ (**E**) $f(x) = |x + 2| - 2$

26. In dem abgebildeten 3×3-Gitter sind die benachbarten Gitterpunkte je 1 cm voneinander entfernt. Wie viele verschiedene Dreiecke, deren Eckpunkte Gitterpunkte sind und deren Flächeninhalt 1 cm^2 ist, kann man in dieses Gitter einzeichnen? (Dreiecke sind verschieden, wenn sie sich in mindestens einem Eckpunkt voneinander unterscheiden.)



(**A**) 32 (**B**) 24 (**C**) 12 (**D**) 36 (**E**) 8

27. Bei einem Sonntagsspaziergang trifft Familie Fröhlich (Mutter, Vater und beide Kinder) auf ein Flüsschen. Mit einem kleinen Kahn lässt der sich bezwingen, jedoch können immer nur entweder ein Elternteil oder beide Kinder zusammen oder ein Kind allein rudern. Welches ist die kleinste Anzahl von Flussüberquerungen, die nötig sind, um die ganze Familie auf das gegenüberliegende Ufer zu bekommen?

(**A**) 3 (**B**) 7 (**C**) 9 (**D**) 11 (**E**) 13

28. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, ein (2×6)-Rechteck mit (1×2)-Steinen auszulegen, wobei es keine Überlappungen von Steinen geben darf?

(**A**) 2 (**B**) 6 (**C**) 10 (**D**) 12 (**E**) 13

29. Wenn $x < 0$, dann ist der Term $\left| x - \sqrt{(1-x)^2} \right|$ gleich

(**A**) 1 (**B**) $1 - 2x$ (**C**) $-2x - 1$ (**D**) $1 + 2x$ (**E**) $2x - 1$

30. Die Dezimaldarstellung der Zahl n besteht aus 2001 Ziffern 9. Wie oft ist die Ziffer 9 dann in der Zahl n^2 enthalten?

(**A**) 201 mal (**B**) 2000 mal (**C**) 2001 mal (**D**) 199 mal (**E**) 4001 mal