Klassenstufen 11 bis 13

Donnerstag, 17. März 2005 Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die dafür vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzu addiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Ist die Antwort falsch, werden 3/4, 4/4 oder 5/4 Punkte abgezogen. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

3-Punkte-Aufgaben

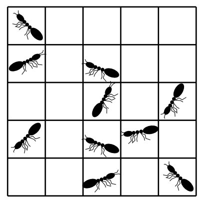
1. Für welchen der folgenden Werte von x ist $\dfrac{x^2}{x^3}$ am kleinsten?

(**A**) 2 (**B**) 1 (**C**) -1 (**D**) -2 (**E**) -3

2. Wie viele Zahlen zwischen 2 und 100 sind die dritte Potenz einer ganzen Zahl?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

3. Über das 5×5-Karopapier wuseln 10 Ameisen. Wie viele müssen mindestens zu einem anderen Feld krabbeln, damit es in jeder Zeile und jeder Spalte genau zwei Ameisen sind?

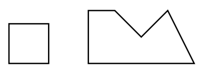


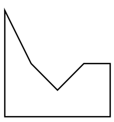
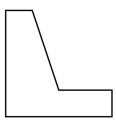
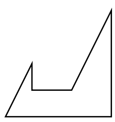
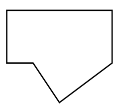
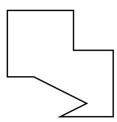
(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4

4. Wenn $888 \cdot 111 = 2 \cdot (2 \cdot n)^2$ und n eine positive Zahl ist, dann ist n gleich

(**A**) 8 (**B**) 11 (**C**) 22 (**D**) 111 (**E**) 444

5. Ein quadratisches Stück Papier ist in 3 Teile zerschnitten worden, zwei davon sind rechts abgebildet. Welches ist das dritte?

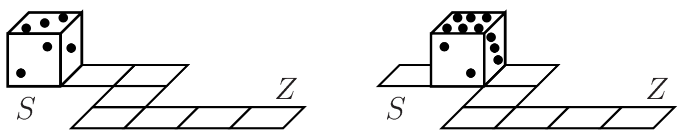


(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

6. Welche der folgenden Zahlen kann gewiss nicht die Summe von vier aufeinander folgenden positiven ganzen Zahlen sein?

(**A**) 2002 (**B**) 22 (**C**) 202 (**D**) 222 (**E**) 220

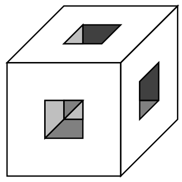
7. Die Summe der Punkte auf den einander gegenüberliegenden Seiten eines Würfels sei stets 7. Der Würfel rollt, wie in der Abbildung dargestellt.



Im Startpunkt (S) liegt die 3 oben. Welche Zahl ist im Endpunkt (Z) oben?

(**A**) 2 (**B**) 6 (**C**) 3 (**D**) 1 (**E**) 5

8. Ein $3 \times 3 \times 3$-Würfel wiegt 810 g. Nachdem wir drei Löcher mit quadratischem Querschnitt von 1×1 jeweils durch die Mitte gebohrt haben, wie es in der Zeichnung dargestellt ist, wiegt der Restkörper

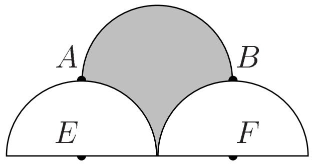


(**A**) 630 g (**B**) 570 g (**C**) 600 g (**D**) 660 g (**E**) 540 g

9. Wenn für die Funktion f gilt, dass $f(x+1) = 2f(x) - 2002$ für alle ganzzahligen Werte von x ist und dass $f(2005) = 2008$ gilt, dann ist $f(2004)$ gleich

(**A**) 2004 (**B**) 2005 (**C**) 2008 (**D**) 2010 (**E**) 2016

10. Gegeben seien drei Halbkreise, $EFBA$ sei ein Rechteck, E und F seien die Mittelpunkte der unteren Halbkreise. Die Radien der Halbkreise seien je 2 cm lang. Dann ist der Flächeninhalt der grau gefärbten Fläche gleich (in cm^2)



(**A**) 8 (**B**) 7 (**C**) 2π (**D**) $2\pi + 1$ (**E**) $2\pi + 2$

4-Punkte-Aufgaben

11. Mama Känguru und ihr Sprössling Jumpy trainieren in einem Stadion mit einer Bahnlänge von 330 m für ein Wettspringen. Gleichzeitig springen sie an der Startlinie los, jeder macht einen Sprung pro Sekunde, Jumpys Sprünge sind je 1,5 m, die seiner Mama je 3,5 m weit. Nach einer Minute gibt Jumpy auf und bleibt sitzen, die Mama springt unbeirrt weiter. Wie lange braucht sie, bis sie Jumpy wieder erreicht hat?

(**A**) 21 sec (**B**) 33 sec (**C**) 45 sec (**D**) 60 sec (**E**) 72 sec

12. Henny streicht einige hölzerne Würfel mit weißer und schwarzer Farbe an. Sie streicht dabei jede Würfelseite mit nur einer Farbe an, verwendet aber bei jedem Würfel stets beide Farben. Wie viele verschieden angestrichene Würfel sind möglich?

(**A**) 8 (**B**) 16 (**C**) 24 (**D**) 32 (**E**) 64

13. In die leeren Felder des nebenstehenden Quadrats lassen sich Zahlen derart einsetzen, dass in jeder Reihe, in jeder Spalte und in den beiden Diagonalen jeweils arithmetische Folgen entstehen. Welchen Wert hat x? (*Eine Zahlenfolge nennt man arithmetisch, wenn die Differenz zwischen je zwei aufeinander folgenden Elementen immer dieselbe ist.*)

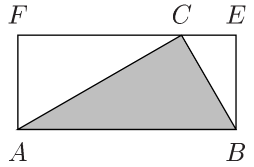
				21
	16			
		27		
				x

(**A**) 4 (**B**) 42 (**C**) 33 (**D**) 28 (**E**) 49

14. In einer Schachtel sind 60 Spielsteine, einige sind rot, andere blau, wieder andere grün. Würde man alle roten durch blaue Steine ersetzen, hätte man doppelt so viele blaue wie grüne Steine. Ersetzte man dagegen sämtliche grünen durch blaue Spielsteine, wären dreimal so viele blaue wie rote Steine vorhanden. Also ist die Anzahl der blauen Spielsteine in der Schachtel gleich

(**A**) 10 (**B**) 12 (**C**) 15 (**D**) 18 (**E**) 25

15. In der nebenstehenden Abbildung sehen wir ein Rechteck $ABEF$ und ein Dreieck ABC. Es gelte $\sphericalangle ACF = \sphericalangle CBE$. Falls $\overline{FC} = 6$ und $\overline{CE} = 2$, so gilt für den Flächeninhalt des Dreiecks ABC $A_{ABC} =$

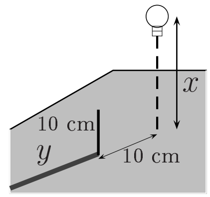


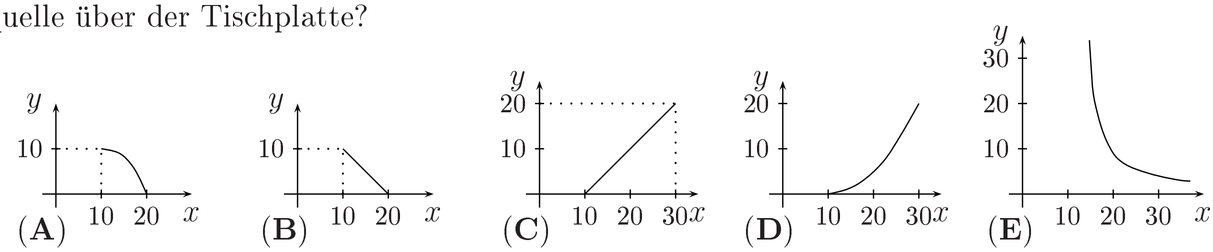
(**A**) $8\sqrt{2}$ (**B**) $8\sqrt{3}$ (**C**) 6 (**D**) 12 (**E**) 16

16. Eine ältere zerstreute Dame schrieb an fünf ihrer Jugendfreunde je einen Brief und steckte die Briefe, ohne noch einmal auf den Adressaten zu schauen, in die zuvor adressierten Couverts. Wie groß ist die Chance, dass jeder der Fünf den richtigen Brief bekommt?

(**A**) 1 zu 125 (**B**) 1 zu 90 (**C**) 1 zu 20 (**D**) 1 zu 120 (**E**) 1 zu 625

17. Eine Glühlampe, die sich zum Anfang 10 cm oberhalb einer Tischplatte befindet, wird senkrecht nach oben bewegt. 10 cm vom Fußpunkt der Lichtquelle entfernt steht ein 10 cm langer Bleistift und wirft einen Schatten auf den Tisch. Welches ist der Graph der Länge y des Schattens (in cm) in Abhängigkeit von der Höhe x der Lichtquelle über der Tischplatte?

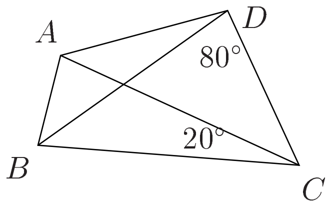




18. Ich schütte 4 gleich große Fläschchen in eine große Flasche um. Entgegen meiner Annahme, dass sich in jedem Fläschchen Essig mit einem Volumenverhältnis von Essigsäure zu Wasser von 1 : 20 befand, stellt sich heraus, dass in einem Fläschchen Essigessenz war, bei der das Volumenverhältnis von Essigsäure zu Wasser 1 : 4 beträgt. Wie ist jetzt das Verhältnis von Essigsäure zu Wasser in der großen Flasche?

(**A**) 3 : 32 (**B**) 1 : 10 (**C**) 4 : 27 (**D**) 1 : 12 (**E**) 3 : 19

19. Im Viereck $ABCD$ sei die Diagonale BD Winkelhalbierende des Winkels $\sphericalangle ABC$ und es sei $AC = BC$. Wenn $\sphericalangle BDC = 80°$ und $\sphericalangle ACB = 20°$, dann ist $\sphericalangle BAD$ gleich



(**A**) 90° (**B**) 100° (**C**) 110° (**D**) 120° (**E**) 135°

20. Beim Programmieren ihrer vier sprachbegabten Roboter ist Ines eventuell ein Fehler unterlaufen. Wahrscheinlich hat sie einen oder auch mehrere der Roboter, die sonst stets die Wahrheit sagen, so programmiert, dass sie stets lügen. Sicher gibt es viele Möglichkeiten, die fehlprogrammierten Roboter herauszufinden; sie entschließt sich zu der Frage: „Wie viele von euch lügen?“ Darauf antwortet der erste Roboter: „Einer“, der zweite: „Zwei“, der dritte: „Drei“, der vierte: „Vier“. Wie viele lügen?

(**A**) keiner (**B**) einer (**C**) zwei (**D**) drei (**E**) alle

5-Punkte-Aufgaben

21. Wenn die Summe der Ziffern einer Zahl m gleich 30 ist, welchen Wert kann dann die Summe der Ziffern der Zahl $m + 3$ gewiss nicht annehmen?

(**A**) 33 (**B**) 6 (**C**) 20 (**D**) 24 (**E**) 15

22. Welche der folgenden Zahlen kann als Produkt von vier voneinander verschiedenen Zahlen geschrieben werden, die sämtlich größer als 1 sind?

(**A**) 2025 (**B**) 625 (**C**) 124 (**D**) 2187 (**E**) 108

23. In der Pyramide $SABC$ sind alle ebenen Winkel bei der Spitze S rechte Winkel. Die Flächeninhalte der Seitenflächen SAB, SAC und SBC sind 3, 4 bzw. 6. Dann beträgt das Volumen der Pyramide

(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 6 (**D**) 12 (**E**) 18

24. Für die Zahlen a und b gilt, dass $4 \leq a \leq 6$ und $1 \leq b \leq 2$ ist. Welche der folgenden Zahlen ist dann *gewiss* kleiner als 9?

(**A**) $2a - 3b$ (**B**) $a + 2b$ (**C**) $13b - 4a$ (**D**) $3a - 8b$ (**E**) $8b - 2a$

25. Anna weiß, dass $\log_{10}(\sqrt{2005} + \sqrt{1995}) = a$ ist. Daraus schließt sie auf den Wert von $\log_{10}(\sqrt{2005} - \sqrt{1995})$. Dieser ist gleich

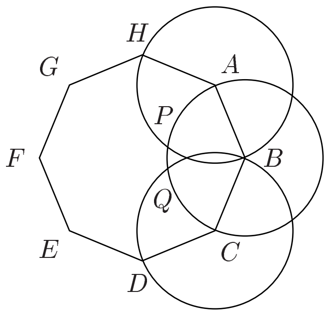
(**A**) $a + 1$ (**B**) $\frac{1}{a}$ (**C**) $1 - a$ (**D**) $a - 1$ (**E**) ein anderer Wert

26. Die natürliche Zahl m hat genau zwei Teiler; die natürliche Zahl n hat genau fünf Teiler. Wie viele Teiler hat die Zahl $m \cdot n$?

(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 10

(**D**) 11 (**E**) ohne zusätzliche Information nicht entscheidbar

27. Das reguläre Achteck $ABCDEFGH$ in der nebenstehenden Zeichnung hat die Seitenlänge 1. Mit P und Q werden die im Inneren des Achtecks liegenden Schnittpunkte der Kreise vom Radius 1 mit den Mittelpunkten A und B bzw. B und C bezeichnet. Wie groß ist $\sphericalangle APQ$?

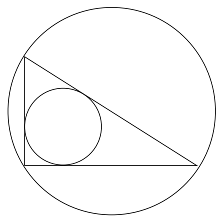


(**A**) $\frac{19}{24}\pi$ (**B**) $\frac{8}{11}\pi$ (**C**) $\frac{5}{8}\pi$ (**D**) $\frac{3}{4}\pi$ (**E**) $\frac{7}{9}\pi$

28. Gegeben sei eine Zahl x. Wir verdoppeln diese Zahl und subtrahieren dann 1. Mit dem Resultat tun wir dasselbe und wiederholen diese Prozedur, bis wir sie insgesamt 98-mal vollzogen haben. Das dann erhaltene Ergebnis ist $2^{100} + 1$. Welche Zahl ist x?

(**A**) 4 (**B**) 1 (**C**) 98 (**D**) 5 (**E**) 100

29. Es seien a und b die Längen der Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks. Mit d sei der Durchmesser des Inkreises und mit D der des Umkreises dieses Dreiecks bezeichnet. Dann ist $d + D =$



(**A**) $\sqrt{a^2 + b^2}$ (**B**) $\frac{3}{2}(a + b)$ (**C**) $a + b$ (**D**) $\sqrt{ab}$ (**E**) $\frac{\sqrt{ab}}{a + b}$

30. Henry muss von Bremen nach Rostock fahren, und er plant dafür eine gewisse Durchschnittsgeschwindigkeit ein. Wenn er durchschnittlich 5 km/h schneller als geplant fahren würde, käme er 5 Stunden eher an, würde er im Durchschnitt 10 km/h schneller als geplant fahren, wäre er sogar 8 Stunden eher am Ziel. Welche Durchschnittsgeschwindigkeit hat er geplant?

(**A**) 10 km/h (**B**) 15 km/h (**C**) 20 km/h (**D**) 25 km/h (**E**) nicht lösbar