Klassenstufen 9 und 10

Donnerstag, 17. März 2011 Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die dafür vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzuaddiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Ist die Antwort falsch, werden 3/4, 4/4 oder 5/4 Punkte abgezogen. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

3-Punkte-Aufgaben

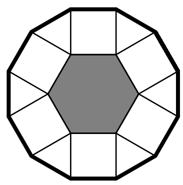
1. Der Zebrastreifen vor der Grundschule beginnt auf beiden Seiten der Fahrbahn mit einem weißen Streifen. Jeder der 8 weißen Streifen ist 50 cm breit, ebenso wie die Lücken dazwischen. Wie breit ist die Straße beim Zebrastreifen?

(**A**) 4,50 m (**B**) 5,50 m (**C**) 6,50 m (**D**) 7,50 m (**E**) 8,50 m

2. Wenn $R = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5$, $S = 2^2 + 3^2 + 4^2$ und $T = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4$, dann gilt

(**A**) $T < S < R$ (**B**) $S < R < T$ (**C**) $R < S = T$ (**D**) $R < S < T$ (**E**) $R = S < T$

3. An das regelmäßige graue Sechseck mit Seitenlänge 1 werden nach außen abwechselnd Quadrate und gleichseitige Dreiecke gesetzt. Welchen Umfang hat die so entstehende Figur?



(**A**) 9 (**B**) 10 (**C**) 12 (**D**) 14 (**E**) 15

4. Reni liebt Spielereien mit Buchstaben. LAGEPLAN wollte sie in ein 4×2-Kästchenpapier schreiben. Dabei sollten aufeinander folgende Buchstaben des Wortes in Kästchen stehen, die zumindest eine gemeinsame Ecke haben. Bei welcher der 4×2-Tafeln ist ihr das *nicht* gelungen?

(**A**)

A	E	P	L
G	L	N	A

(**B**)

A	L	P	E
N	L	A	G

(**C**)

L	G	A	L
N	A	E	P

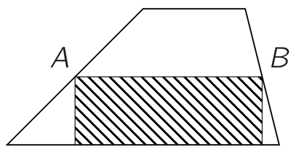
(**D**)

N	L	E	A
A	P	G	L

(**E**)

G	E	N	A
A	L	P	L

5. Der schraffierte rechteckige Teil des Trapezes hat einen Flächeninhalt von 13 cm². Die Eckpunkte A und B sind jeweils die Mittelpunkte der Trapezseiten. Welchen Flächeninhalt hat dann das gesamte Trapez?

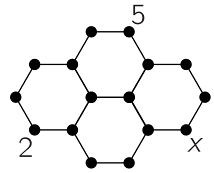


(**A**) 15 cm² (**B**) 18 cm² (**C**) 21 cm² (**D**) 24 cm² (**E**) 26 cm²

6. Bei Spielwürfeln summieren sich die Punkte auf einander gegenüberliegenden Seiten zu 7. Ich staple 3 Spielwürfel so übereinander, dass die Summe der Punkte auf den Seitenflächen, die direkt aufeinander liegen, jeweils 5 ist. Der unterste Würfel liegt mit der 6 auf dem Tisch. Wie viele Punkte sind auf der nach oben weisenden Seite des obersten Würfels zu sehen?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

7. An alle Eckpunkte der Figur sind Zahlen so zu schreiben, dass die Summe der beiden Zahlen an jeder Sechseckseite stets dieselbe ist. Dann ist $x =$

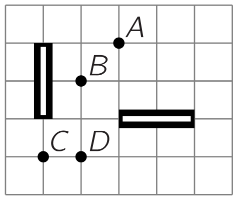


(**A**) 2 (**B**) 5 (**C**) 10 (**D**) 20 (**E**) 24

8. Franz spielt mit seinen kleinen Schwestern Jette und Jule ein Brettspiel, bei dem gewürfelt wird, wie weit man ziehen darf. Gleich zu Beginn führt Franz vor Jette. Jule liegt knapp hinter Jette. Zum Vergnügen der Kleinen vertauscht sich mehrmals die Reihenfolge. Jette zählt die Wechsel der Reihenfolge: 4-mal zwischen ihr und Franz, 3-mal zwischen Jule und Franz und 3-mal zwischen ihr und Jule. Wie ist die Reihenfolge am Spielende?

(**A**) Franz vor Jette vor Jule (**B**) Jette vor Jule vor Franz (**C**) Franz vor Jule vor Jette
(**D**) Jule vor Jette vor Franz (**E**) Jule vor Franz vor Jette

9. In einer optischen Versuchsanordnung muss dafür gesorgt werden, dass ein beidseitiger Spiegel an zwei unterschiedlichen Stellen zur Verfügung steht (s. Bild mit Blick von oben). Er soll durch eine Drehung von der einen in die andere Stellung gebracht werden. Welcher der Punkte A, B, C bzw. D kann Drehzentrum sein?



(**A**) nur A (**B**) nur A und C (**C**) nur D (**D**) nur A und D (**E**) A, B und D

10. Ein rechteckiges Mosaik mit einer Gesamtfläche von 360 cm^2 besteht aus quadratischen Teilen, die alle dasselbe Maß haben. Das Mosaik ist 12 cm hoch und 5 Quadrat-Teile breit. Welche Seitenlänge hat ein einzelnes Quadrat-Teil?

(**A**) 4 cm (**B**) 5 cm (**C**) 6 cm (**D**) 8 cm (**E**) 9 cm

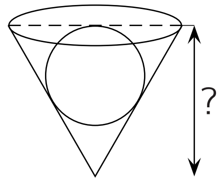
4-Punkte-Aufgaben

11. Die 3×3-Tafel ist mit Zahlen so zu füllen, dass in *jedem* 2×2-Teilquadrat die Summe der 4 Zahlen 10 ist. Dann ist die Summe der zu ergänzenden 4 Zahlen

1		0
	2	
4		3

(**A**) 12 (**B**) 11 (**C**) 10 (**D**) 9 (**E**) nicht eindeutig bestimmt

12. Eine Kugel mit dem Radius 15 cm wird in ein kegelförmiges Loch gekullert und passt genau so in dieses Loch, wie es im Bild zu sehen ist. Die Seitenansicht des Loches ist ein gleichseitiges Dreieck. Wie tief ist das Loch (in cm)?



(**A**) 40 (**B**) $30\sqrt{2}$ (**C**) $25\sqrt{3}$ (**D**) 45 (**E**) 60

13. Der berühmte Chemie- und Friedensnobelpreisträger Linus Pauling wurde an einem Donnerstag geboren, in einem Monat, der nur 4 Donnerstage hatte. Im darauffolgenden Monat gab es 5 Freitage, 5 Samstage und 5 Sonntage. Für den auf diesen folgenden Monat traf dann gewiss zu: Er hatte

(**A**) genau 4 Dienstage (**B**) genau 4 Mittwoche (**C**) 5 Donnerstage
(**D**) 5 Freitage (**E**) 5 Samstage

14. Die Zahlen x und y sind beide größer als 1. Welcher der folgenden Brüche hat den größten Wert?

(**A**) $\frac{x}{y-1}$ (**B**) $\frac{x}{y+1}$ (**C**) $\frac{2x}{2y-1}$ (**D**) $\frac{2x}{2y+1}$ (**E**) $\frac{3x}{3y-1}$

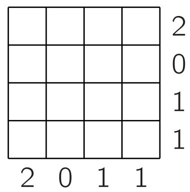
15. Die größtmögliche Anzahl von aufeinanderfolgenden dreistelligen Zahlen, deren jede *mindestens eine* ungerade Ziffer enthält, ist

(**A**) 99 (**B**) 101 (**C**) 111 (**D**) 121 (**E**) 221

16. Ich habe zwei würfelförmige Gefäße. Die Kanten des größeren sind um 1 cm länger als die des kleineren. Als ich den vollen größeren Würfel in den kleinen entleere bis der voll ist, bleiben im großen 217 ml übrig. Daraus lässt sich das Volumen des kleinen Würfels errechnen. Es beträgt

(**A**) 243 ml (**B**) 512 ml (**C**) 125 ml (**D**) 1331 ml (**E**) 729 ml

17. Vier Kästchen im 4×4-Gitter sollen lila gefärbt werden. Die Zahlen rechts bzw. unten geben an, wie viele Kästchen in einer Reihe bzw. Spalte lila sein sollen. Dafür gibt es unterschiedliche Möglichkeiten. Wie viele?

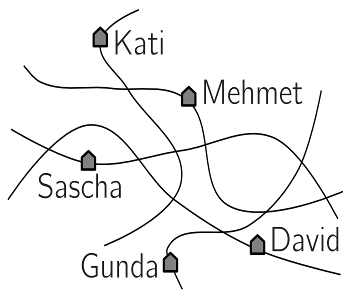


(**A**) 1 (**B**) 3 (**C**) 5 (**D**) 7 (**E**) 9

18. Wenn $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011}$ ist, dann ist $n =$

(**A**) 671 (**B**) 1005 (**C**) 1011 (**D**) 2010 (**E**) 2011

19. Im schaukelnden Autobus hat Kay eine Straßenskizze gekritzelt. Daraus geht zwar hervor, dass jeder seiner Freunde an genau einer Straße wohnt und dass die Straßen sich in genau 10 Punkten schneiden. Allerdings ist nicht sofort zu erkennen, dass genau vier der Straßen schnurgerade sind und welche die kurvenreiche Bogenallee ist. Wer wohnt an der Bogenallee?



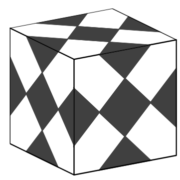
(**A**) David (**B**) Gunda (**C**) Kati (**D**) Mehmet (**E**) Sascha

20. Alfons schrieb die 9 Zahlen von 1 bis 9 in irgendeiner Reihenfolge nebeneinander in eine Zeile. Dann schrieb er in die Zeile darunter immer zwischen zwei benachbarte Zahlen ihren Mittelwert und addierte all diese Mittelwerte, wobei er 41 erhielt. Wie groß hätte diese Summe bei anderer Anordnung der Zahlen *höchstens* sein können?

(**A**) 41,5 (**B**) 42 (**C**) 42,5 (**D**) 43 (**E**) 43,5

5-Punkte-Aufgaben

21. Tanja hat einen weißen Würfel mit der Kantenlänge 10 cm mit schwarzen Quadraten beklebt (siehe Bild). Der Würfel sieht von allen Seiten gleich aus. Wie groß ist die gesamte schwarze Fläche?



(**A**) 225 cm² (**B**) 240 cm² (**C**) 245 cm² (**D**) 256 cm² (**E**) 275 cm²

22. Theo hat die „coolen" Zahlen erfunden. Eine Zahl ist „cool", wenn sie lauter verschiedene Ziffern hat und ihre erste Ziffer die Summe der anderen Ziffern ist. Wie viele 5-stellige „coole" Zahlen gibt es?

(**A**) 72 (**B**) 108 (**C**) 144 (**D**) 168 (**E**) 216

23. Für wie viele verschiedene geordnete Paare natürlicher Zahlen (x, y) gilt die Gleichung $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4

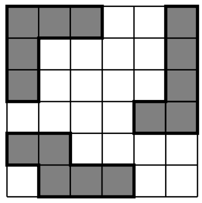
24. Im Viereck $ABCD$, in dem sich die beiden Diagonalen im Inneren schneiden, ist $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\measuredangle BAD = 80^\circ$, $\measuredangle ABC = 75^\circ$ und $\measuredangle ADC = 65^\circ$. Wie groß ist $\measuredangle BDC$?

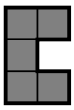
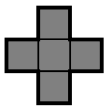
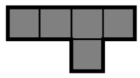
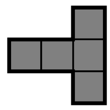
(**A**) 10° (**B**) 12° (**C**) 15° (**D**) 18° (**E**) 25°

25. Auf wie viele Arten lassen sich aus der Menge aller Kanten eines Würfels vier Kanten auswählen, so dass keine zwei dieser vier Kanten einen gemeinsamen Punkt haben?

(**A**) 8 (**B**) 9 (**C**) 12 (**D**) 13 (**E**) 18

26. Gegeben sind acht Spielsteine. Zu den drei auf dem Brett liegenden Steinen soll einer der fünf zur Auswahl stehenden so hinzugelegt werden, dass für keinen der anderen vier Platz ist. Die Steine dürfen gedreht und gewendet werden, müssen aber in das Raster auf dem Brett passen. Welcher Stein muss gewählt werden?

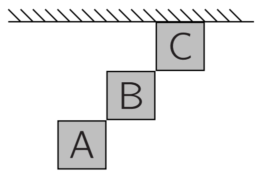


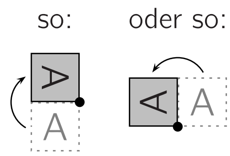
(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

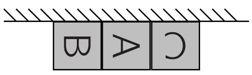
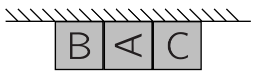
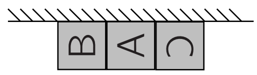
27. Für jede ganze Zahl $n \geq 2$ bezeichnen wir mit $\langle n \rangle$ die größte Primzahl, die nicht größer ist als n. Wie viele positive ganze Zahlen k erfüllen die Gleichung $\langle k+1 \rangle + \langle k+2 \rangle = \langle 2k+3 \rangle$?

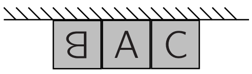
(**A**) keine (**B**) eine (**C**) zwei (**D**) drei (**E**) mehr als drei

28. Drei große Kisten wurden geliefert und abgestellt (s. Bild rechts oben). Sie sollen ordentlich an die Wand gestellt werden. Da sie sehr schwer sind, können sie nur um einen der Eckpunkte um 90° gedreht, nicht aber getragen oder gekippt werden (s. Bild rechts unten). Wie könnten sie nachher an der Wand stehen?





(**A**)  (**B**)  (**C**) 

(**D**)  (**E**) Alle 4 Anordnungen sind möglich.

29. Mein Urlaubstraumziel 2011 habe ich in eine Rechenknobelei verpackt: Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, in $GARD - ASEE = 2011$ die Buchstaben so durch Ziffern zu ersetzen, dass eine richtige Gleichung entsteht? Gleiche Buchstaben sind für gleiche Ziffern, verschiedene für verschiedene zu setzen.

(**A**) keine (**B**) eine (**C**) zwei (**D**) drei (**E**) vier

30. Gleich nach dem Beziehen ihrer Nester treffen sich die Störche Otto, Alfred und Ede auf dem Stadttor zum Klappern. „Mein Nest ist mehr als doppelt so weit von Alfreds Nest entfernt wie von Edes Nest“, klappert Otto. „Mein Nest ist mehr als doppelt so weit von Edes Nest entfernt wie von Ottos Nest“, klappert Alfred. „Mein Nest ist mehr als doppelt so weit von Alfreds Nest entfernt wie von Ottos Nest“, klappert Ede. Wenn 2 Störche richtig geschätzt haben, dann hat mit Sicherheit

(**A**) auch der 3. Storch Recht. (**B**) Otto falsch geschätzt. (**C**) Alfred falsch geschätzt.

(**D**) Ede falsch geschätzt. (**E**) der 3. Storch falsch geschätzt. Welcher es ist, kann nicht bestimmt werden.