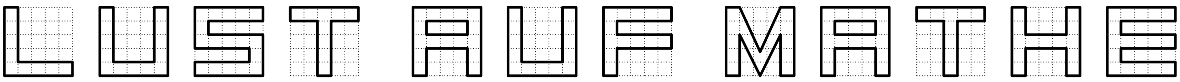
Klassenstufen 9 und 10

Donnerstag, 11. April 2013 Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die dafür vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzuaddiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Ist die Antwort falsch, werden 3/4, 4/4 oder 5/4 Punkte abgezogen. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

3-Punkte-Aufgaben

A1 Das Motto unserer Projektwoche hat Burkhard in bunten Buchstaben an der Tür unseres Klassenzimmers angebracht. Er hat die Buchstaben in lauter gleich große Quadrate gezeichnet:



Beim Nachziehen der Buchstabenränder ist ihm aufgefallen, dass einige Ränder ziemlich lang sind. Die kürzesten Buchstabenränder sind gerade so lang wie der Rand des Quadrats, in dem die Buchstaben stehen. Welche Buchstaben haben den kürzesten Rand?

(**A**) L und T (**B**) S und U (**C**) F und E (**D**) H und U (**E**) M und A

A2 Unter den Zahlen 1, 4, 8, 10, 20, 25 und 50 gibt es drei, deren Produkt 100 ist. Wie groß ist die Summe dieser drei Zahlen?

(**A**) 37 (**B**) 31 (**C**) 34 (**D**) 22 (**E**) 30

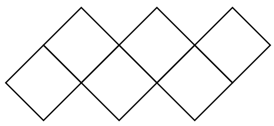
A3 Wenn ich 16 Mini-Puddings zu einem Preis von je 20 Cent kaufen will und im Laden meiner Wahl jeder sechste Pudding kostenlos dazugegeben wird, wie viel habe ich für die 16 Mini-Puddings zu zahlen?

(**A**) 1,60 € (**B**) 2,00 € (**C**) 2,80 € (**D**) 3,20 € (**E**) 3,80 €

A4 Durch welche der folgenden Zahlen kann die Differenz $2013 - 1023$ *nicht* ohne Rest geteilt werden?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 5 (**D**) 7 (**E**) 11

A5 Die Zickzack-Figur rechts besteht aus 6 Quadraten der Seitenlänge 1 cm. Welchen Umfang hat die Zickzack-Figur, die aus 20 solchen Quadraten besteht?

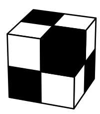


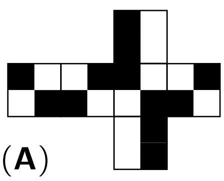
(**A**) 40 cm (**B**) 42 cm (**C**) 46 cm (**D**) 60 cm (**E**) 66 cm

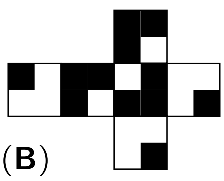
A6 Die Summe $4^3 + 8^2$ lässt sich als Potenz mit der Basis 2 schreiben, und zwar als

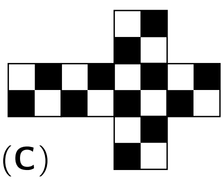
(**A**) 2^5 (**B**) 2^6 (**C**) 2^7 (**D**) 2^8 (**E**) 2^9

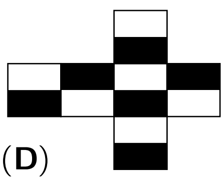
A7 Der rechts abgebildete Würfel besteht aus 4 weißen und 4 schwarzen kleinen Würfeln. Mit welchem der Würfelnetze ließe sich ein Würfel bauen, der ebenso aussieht?

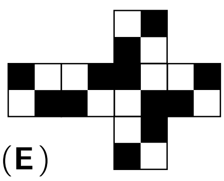



(**A**)


(**B**)


(**C**)

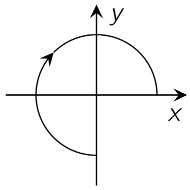

(**D**)

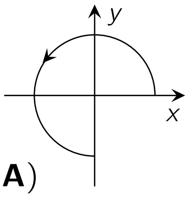

(**E**)

A8 Die Differenz aus der kleinsten durch 3 teilbaren 4-stelligen Zahl und der größten durch 4 teilbaren 3-stelligen Zahl ist gleich

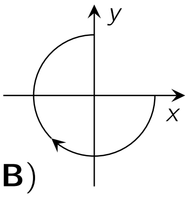
(**A**) 7 (**B**) 6 (**C**) 5 (**D**) 3 (**E**) 2

A9 Welches Bild entsteht, wenn der rechts abgebildete Dreiviertelkreis samt Pfeil um 90° gegen den Uhrzeigersinn um den Koordinatenursprung gedreht und anschließend an der x-Achse gespiegelt wird?

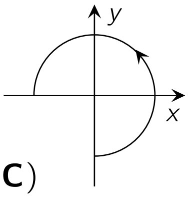




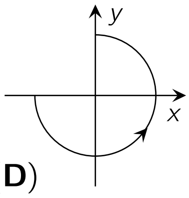
(**A**)



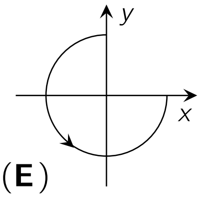
(**B**)



(**C**)



(**D**)



(**E**)

A10 Welche der folgenden Zahlen ist die größte?

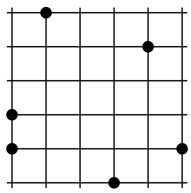
(**A**) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{13}$ (**B**) $\sqrt{20} \cdot 13$ (**C**) $20 \cdot \sqrt{13}$ (**D**) $\sqrt{201} \cdot 3$ (**E**) $\sqrt{2013}$

4-Punkte-Aufgaben

B1 Mein kleiner Bruder Bert ist schrecklich neugierig. Als sich unsere Mutter mit zwei Freundinnen zum Kaffeetrinken in den Garten setzt und 4 Stück Zucker mitnimmt, will Bert unbedingt wissen, wer wie viele Stückchen nehmen wird. Aber unsere Mutter verrät es nicht. Bert erfährt nur, dass alle 4 Stückchen im Kaffee landen. So kann er einzig die Anzahl der Möglichkeiten herausfinden, die 4 Stückchen Zucker unter den 3 Frauen aufzuteilen. Wie viele Möglichkeiten sind das?

(**A**) 6 (**B**) 8 (**C**) 9 (**D**) 12 (**E**) 15

B2 Die Zellen des abgebildeten Gitters sind Quadrate der Seitenlänge 1. Je drei der sechs markierten Punkte können zu einem Dreieck verbunden werden. Wir vergleichen die Flächeninhalte dieser Dreiecke. Wie groß ist der kleinste dieser Flächeninhalte?



(**A**) $\frac{1}{2}$ (**B**) $\frac{3}{4}$ (**C**) 1 (**D**) 2 (**E**) $\frac{5}{2}$

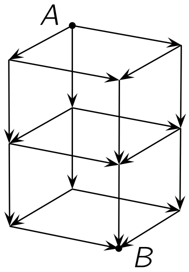
B3 Als der Film „Der Hobbit“ bei uns anlief, gab es lange Schlangen an der Kinokasse. Weil nur drei Schalter geöffnet waren, dauerte es durchschnittlich 15 Minuten, bis man dran war. Als dann zwei zusätzliche Schalter öffneten, verkürzte sich die durchschnittliche Wartezeit natürlich. Um wie viele Minuten etwa?

(**A**) um 2 min (**B**) um 2,5 min (**C**) um 3 min (**D**) um 4,5 min (**E**) um 6 min

B4 Grit, Erol und Imke sind unterschiedlich groß. Erstens gilt: Entweder ist Grit oder Erol am größten. Und zweitens gilt: Entweder ist Imke am größten oder Grit am kleinsten. Was ist richtig?

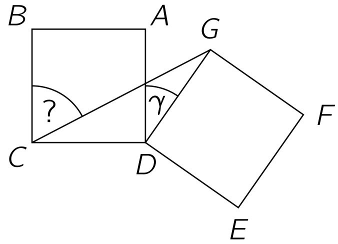
(**A**) Imke ist am größten, Grit am kleinsten. (**B**) Erol ist am größten, Imke am kleinsten.
(**C**) Erol ist am größten, Grit am kleinsten. (**D**) Grit ist am größten, Erol am kleinsten.
(**E**) Imke ist am größten, Erol am kleinsten.

B5 Wie viele verschiedene Wege führen unter Beachtung der Pfeilrichtung von A nach B?



(**A**) 6 (**B**) 8 (**C**) 9 (**D**) 12 (**E**) 15

B6 Das Quadrat $DEFG$ ist durch Drehung des Quadrats $ABCD$ um den Punkt D entstanden, der eingezeichnete Winkel γ misst 20° (*Abb. nicht maßstabsgerecht*). Wie groß ist der Winkel $\measuredangle GCB$?

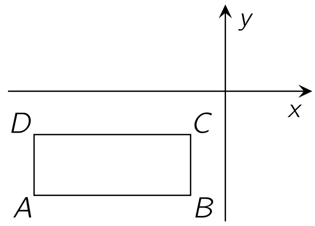


(**A**) 45° (**B**) 47,5° (**C**) 50° (**D**) 55° (**E**) 57,5°

B7 Von einer 6-stelligen Zahl ist bekannt, dass die Summe ihrer Ziffern eine gerade Zahl und das Produkt ihrer Ziffern eine ungerade Zahl ist. Welche der folgenden Aussagen ist dann wahr?

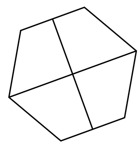
(**A**) Es gibt keine solche Zahl. (**B**) Zwei oder vier der Ziffern sind gerade.
(**C**) Alle Ziffern sind verschieden. (**D**) Die Anzahl der ungeraden Ziffern ist ungerade.
(**E**) Keine der Aussagen (**A**) bis (**D**) ist wahr.

B8 Das Rechteck $ABCD$ liegt im 3. Quadranten des Koordinatensystems, seine Seiten sind parallel zu den Achsen. Wir bilden für jeden der 4 Eckpunkte den Quotienten aus der y-Koordinate und der x-Koordinate. Für welchen der 4 Eckpunkte erhalten wir den größten Quotienten $\frac{y}{x}$?



(**A**) für A (**B**) für B (**C**) für C
(**D**) für D (**E**) Das hängt von der Gestalt des Rechtecks ab.

B9 Ich möchte regelmäßige sechseckige Pappdeckel mit einem Flächeninhalt von 60 cm^2 in einer quaderförmigen Schachtel mit möglichst kleiner Grundfläche verpacken. Länge und Breite des rechteckigen Bodens ergeben sich aus den Längen der beiden eingezeichneten Strecken. Welchen Flächeninhalt hat der Boden der geplanten Schachtel?



(**A**) 68 cm^2 (**B**) $60 \cdot \sqrt{3}$ cm^2 (**C**) 75 cm^2 (**D**) $45 \cdot \sqrt{3}$ cm^2 (**E**) 80 cm^2

B10 Unser Nachbar und seine Tochter haben beide heute, am 11. April 2013, Geburtstag. Da habe ich mir gedacht: „Was kommt wohl dabei heraus, wenn ich das Alter des Nachbarn mit dem Alter seiner Tochter multipliziere?“ Ich rechne und siehe da: das Produkt ist überraschenderweise gerade 2013! Als ich das aufgeregt meinem Freund erzähle, meint dieser: „Hey, da weiß ich ja jetzt, in welchem Jahr dein Nachbar geboren wurde!“ Es war im Jahr

(**A**) 1948 (**B**) 1952 (**C**) 1953 (**D**) 1956 (**E**) 1963

5-Punkte-Aufgaben

C1 Aus den Zahlen $1, 2, 3, \ldots, 12$ bilden wir 6 Brüche, in denen jede der Zahlen genau einmal auftaucht, entweder im Zähler oder im Nenner. Wenn wir die Brüche geschickt bilden, lassen sich einige von ihnen zu ganzen Zahlen kürzen. Wie viele sind das höchstens?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

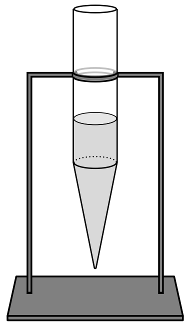
C2 Auch im vorigen Jahr endete das Schulsportfest mit dem Wettschwimmen quer durch den Stadtsee. Am Ende schlugen am gegenüberliegenden Ufer doppelt so viele Teilnehmer vor Thaddäus an wie hinter Gary. Und vor Gary lagen anderthalbmal so viele Teilnehmer wie hinter Thaddäus. Thaddäus belegte Platz 21. Welchen Platz belegte Gary?

(**A**) den 11. (**B**) den 17. (**C**) den 24. (**D**) den 31. (**E**) den 43.

C3 Nach einem recht harten Test in Geographie stellt eine der Schülerinnen fest: „Schade, hätte jede von den Mädchen aus unserer Klasse bei dem Test 3 Punkte mehr bekommen, dann wäre der Punktedurchschnitt unserer Klasse um 1,2 Punkte höher und wir wären besser als die Parallelklasse.“ Wie viel Prozent der Schüler in dieser Klasse sind Mädchen?

(**A**) 40 % (**B**) 50 % (**C**) 60 % (**D**) 70 % (**E**) 80 %

C4 Im Labor hängt in einer Kippvorrichtung ein 90 cm langes geschlossenes Gefäß, das aus einem Zylinder und einem Kegel besteht. Die im Gefäß befindliche Flüssigkeit nimmt ein Drittel des Gefäßvolumens ein. Hängt das Gefäß mit der Kegelspitze nach unten, so ist der Flüssigkeitsspiegel 50 cm über der Spitze, wobei der Kegel vollständig gefüllt ist (*Abb. nicht maßstabsgerecht*). Wie hoch ist der Flüssigkeitsspiegel über dem Boden, wenn die Spitze des Kegels nach oben zeigt?

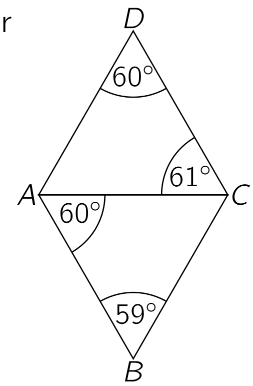


(**A**) 15 cm (**B**) 20 cm (**C**) 25 cm
(**D**) 30 cm (**E**) Das hängt vom Radius des Zylinders ab.

C5 Setzen wir geeignet Klammern in den Term $1-2+3-4+5-6+7-8+9-10$, so können wir den Wert verändern. Welches ist der größtmögliche Wert, den wir dabei erhalten können?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 5 (**D**) 45 (**E**) 55

C6 Johannes hatte die Absicht, zwei gleichseitige Dreiecke zu zeichnen, die eine gemeinsame Seite haben (s. Abb.). Als er die Winkel in seiner Zeichnung nachmisst, stellt er fest, dass er ungenau gezeichnet hat. Nicht alle Winkel sind gleich 60°. Welche der fünf Strecken in Johannes' Zeichnung ist die längste?



(**A**) $\overline{AD}$ (**B**) $\overline{AC}$ (**C**) $\overline{AB}$ (**D**) $\overline{BC}$ (**E**) $\overline{CD}$

C7 Es sei x eine reelle Zahl und $a=2+x$, $b=2-x$, $c=2\cdot x$. Welche der Zahlen a, b, c die größte oder die kleinste ist, hängt von x ab. Von den folgenden Ungleichungen allerdings gilt eine nie. Welche?

(**A**) $a<c<b$ (**B**) $b<a<c$ (**C**) $b<c<a$ (**D**) $c<a<b$ (**E**) $c<b<a$

C8 Jessica will für ihren kleinen Bruder ein Computerspiel programmieren. In der jetzigen Version lässt sie 50 kleine Autos, die in langer Reihe nebeneinanderstehen, der Reihe nach im Sekundentakt losfahren. Das erste fährt mit einer Geschwindigkeit von 50 mm/s und jedes Auto, das eine Sekunde später als sein Nachbar abfährt, fährt mit einer um 1 mm/s höheren Geschwindigkeit. Mit welcher Geschwindigkeit fährt das Auto, das nach 100 s am weitesten gefahren ist?

(**A**) 50 mm/s (**B**) 60 mm/s (**C**) 75 mm/s
(**D**) 99 mm/s (**E**) Alle Autos sind gleich weit gefahren.

C9 Es sei $ABCD$ ein Rechteck, P Mittelpunkt der Seite $\overline{AB}$ und Q der Fußpunkt des Lotes von C auf PD. Dann gilt sicher

(**A**) $\overline{CQ}=\overline{DQ}$ (**B**) $\overline{BC}=\overline{BQ}$ (**C**) $\overline{BC}=\overline{CQ}$ (**D**) $\overline{BQ}=\overline{DQ}$ (**E**) $\overline{BQ}=\overline{CQ}$

C10 Wie viele natürliche Zahlen sind Vielfache von 2013 und haben genau 2013 Teiler, eingeschlossen 1 und die Zahl selbst?

(**A**) 0 (**B**) 3 (**C**) 6 (**D**) 9 (**E**) unendlich viele