Känguruh 1998

Klassenstufe 9 und 10

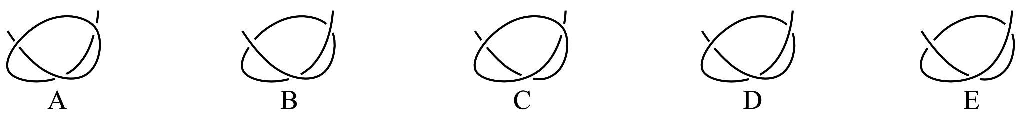
Freitag, 20. März 1998 Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Bei einer falschen Antwort wird ein Viertel der vorgesehenen Punkte abgezogen; wenn keine Antwort gegeben wird, gibt es 0 Punkte. Mehr als ein Antwortkreuz zu einer Frage wird als falsche Antwort bewertet.
3. Jeder Teilnehmer bekommt 30 Punkte als Grundpunktzahl zu Beginn. Damit wird eine negative Gesamtpunktzahl verhindert. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150.
4. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

3-Punkte-Fragen

1. Valerie hat ein T-Shirt gewonnen, auf dem das Wort KANGOUROU steht. Sie zieht es an und bewundert sich dann im Spiegel. Was sieht sie?

2. Welche der abgebildeten Schnüre zieht man zu einem Knoten zusammen, wenn man an den beiden freien Enden zieht?



3. Welchen Winkel bilden der kleine und der große Uhrzeiger um 9 h 20 min?

A: 140 **B:** 150 **C:** 160 **D:** 165 **E:** 170

4. Wir haben einen Würfel mit der Seitenlänge 1 cm und messen die Abstände eines Eckpunktes von den sieben anderen. Dann bilden wir das Produkt dieser sieben Zahlen und erhalten

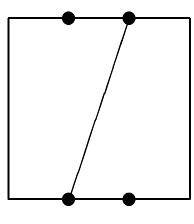
A: $2\sqrt{6}$ **B:** $3\sqrt{2}\sqrt{3}$ **C:** $7\sqrt{2}$ **D:** $3\sqrt{3}$ **E:** eine andere Zahl

5. Zwei Liter eines Fruchtsaftes haben einen Zuckergehalt von 10%, drei Liter eines anderen Fruchtsaftes einen Zuckergehalt von 15%. Die beiden Säfte werden gemixt. Was ist der Zuckergehalt des Mixgetränkes?

A: 25% **B:** 5% **C:** 12,5% **D:** 12,75% **E:** 13%

6. Die in der Abbildung eingezeichneten Punkte teilen die gegenüberliegenden Seiten des Quadrats in drei gleiche Teile. Wir falten das Quadrat entlang der eingezeichneten Linie. Welche geometrische Gestalt hat dann der Teil des Quadrates, der doppelt überdeckt ist?

A: Fünfeck **B:** Sechseck **C:** Dreieck
D: Trapez **E:** Parallelogramm



7. Der Anstieg der Geraden $\frac{x}{5} + \frac{y}{7} = 1$ ist gleich:

A: 35 **B:** 12 **C:** $\frac{7}{5}$ **D:** $\frac{5}{7}$ **E:** $-\frac{7}{5}$

8. In einem großen Beutel sind schwarze, weiße, rote und blaue Bälle, die wir in 4 Kästen nach Farben sortieren wollen. Wir nehmen nacheinander wahllos Bälle aus dem Beutel und legen sie jeweils in den Kasten, der für die entsprechende Farbe vorgesehen ist. Wie viele Bälle müssen wir mindestens aus dem Beutel nehmen, um sicher sein zu können, daß es einen Kasten gibt, in dem mindestens 6 Bälle liegen?

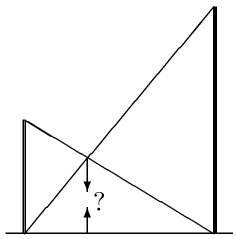
A: 9 **B:** 16 **C:** 20 **D:** 21 **E:** 24

9. Die Fibonacci-Zahlen $1, 1, 2, 3, 5, 8, \ldots$ besitzen die Eigenschaft, daß (von der dritten an) jede von ihnen gleich der Summe ihrer beiden Vorgänger ist. Wie viele geradzahlige Fibonaccizahlen existieren, die kleiner als 1998 sind?

A: 2 **B:** 5 **C:** 77 **D:** 665 **E:** 666

10. Eine 3 m lange und eine 6 m lange Stange stehen auf ebenem Untergrund. Durch Taue ist – wie in der Abbildung dargestellt – das obere Ende einer jeden Stange mit dem Fuß der anderen verbunden. In welcher Höhe befindet sich der Schnittpunkt der beiden Taue?

A: 1,5 m **B:** $\sqrt{3}$ m **C:** 2 m **D:** 2,25 m
E: die Höhe hängt von der Entfernung der Stangen ab.



4-Punkte-Fragen

11. Schneewittchen stellt die sieben Zwerge der Größe nach in eine Reihe, um die 707 Pilze, die sie mit ihnen gemeinsam gesammelt hat, unter den Zwergen aufzuteilen. Zuerst bekommt der kleinste Zwerg seine Pilze, dann der zweitkleinste, der einen Pilz mehr als der kleinste erhält. Der nächstgrößere bekommt wiederum einen mehr als sein Vorgänger usw. Schneewittchen ist froh, daß sie auch dem größten Zwerg noch die ihm zugedachte Menge von Pilzen geben kann und dann alle 707 Pilze verteilt sind. Wieviel Pilze erhält der größte Zwerg?

A: 107 **B:** 105 **C:** 104 **D:** 101 **E:** 98

12. In der Ebene befinden sich drei Punkte, die nicht auf einer und derselben Geraden liegen. Wieviel Geraden gibt es in dieser Ebene, die von allen drei Punkten denselben Abstand haben?

A: 0 **B:** 1 **C:** 2 **D:** 3 **E:** unendlich viele

13. Wir schreiben alle Zahlen von 1 bis 1000 auf ein Stück Papier. Wie oft benutzen wir dabei die Ziffer 4?

A: 300 mal **B:** 200 mal **C:** 121 mal **D:** 110 mal **E:** 100 mal

14. Wenn die beiden Gleichungen $3^x = 12$ und $12^y = 81$ für x und y gelten, wie groß ist dann das Produkt $x \cdot y$?

A: 3,5 **B:** 1 **C:** 4 **D:** 27 **E:** 5

15. Die Ziffern, aus denen die dreistelligen Zahlen x und y bestehen, sind 1, 2 und 3 bzw. 4, 5 und 6 (jeweils in irgendeiner Reihenfolge). Wir wissen, daß $x + y$ eine gerade Zahl ist und daß an der Zehnerstelle von x die 2 steht. Was ist die Einerstelle von $x \cdot y$?

A: Das läßt sich mit den vorliegenden Angaben nicht bestimmen.
B: 2 **C:** 6 **D:** 5 **E:** 4

16. Wie viele Wörter können wir bilden, wenn wir alle Buchstaben von KANGOUROU (so sagt man in Frankreich zum Känguruh) benutzen und nur solche „Wörter“ zulassen, in denen Vokale und Konsonanten abwechselnd auftreten? (KANGOUROU selbst genügt also der Bedingung nicht, während AGORUNUKO zulässig ist.)

A: 320 **B:** 480 **C:** 640 **D:** 720 **E:** 900

17. Ben schreibt folgende Kette von Ungleichungen auf:

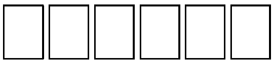
$$
\begin{array}{lcr}
 & x > 3 & (1) \\
\text{daraus folgt} & 3x > 9 & (2) \\
\text{daraus folgt} & 3x - x^2 > 9 - x^2 & (3) \\
\text{daraus folgt} & x(3-x) > (3-x)(3+x) & (4) \\
\text{daraus folgt} & x > x + 3 & (5) \\
\text{daraus folgt} & 0 > 3 & (6)
\end{array}
$$

Offenbar hat er dabei einen Fehler gemacht, denn die letzte Ungleichung gilt bestimmt nicht. Welche von Bens Folgerungen ist falsch?

A: aus (1) folgt (2) **B:** aus (2) folgt (3) **C:** aus (3) folgt (4) **D:** aus (4) folgt (5) **E:** aus (5) folgt (6)

18. Die Seite BCD des Tetraeders $ABCD$ ist ein rechtwinkliges Dreieck mit rechtem Winkel bei C. Die Seite ABC steht senkrecht auf den Seiten ACD und BCD. Wie viele Seiten des Tetraeders sind rechtwinklige Dreiecke?

A: genau 1 **B:** genau 2 **C:** genau 3 **D:** alle 4 **E:** das läßt sich aus den Angaben nicht bestimmen.

19. Anne und Bert haben je drei Karten. Auf Annnes Karten stehen die Zahlen 2, 4 und 6, auf Berts Karten stehen 1, 3 und 5. Sie legen ihre Karten abwechselnd in folgendes Schema: 

Anne legt als erste eine Karte. Sie verfolgt dabei das Ziel, daß die schließlich entstehende 6-stellige Zahl möglichst klein wird, Bert legt seine Karten so, daß die entstehende 6-stellige Zahl möglichst groß wird. Wie sieht das Ergebnis aus?

A: 2 5 3 4 1 6 **B:** 2 5 3 1 4 6 **C:** 2 5 4 3 6 1 **D:** 6 5 4 3 2 1 **E:** 1 2 3 4 5 6

20. Welche der folgenden Aussagen, die die Diagonalen in konvexen Vielecken betreffen, ist wahr? (Ein Vieleck wird konvex genannt, wenn mit zwei beliebigen Punkten, die zu diesem Vieleck gehören, auch deren Verbindungsstrecke vollständig zum Vieleck – Inneres oder Rand – gehört.)

A: Es gibt ein konvexes Polygon mit 18 Diagonalen.

B: Falls die Anzahl der Diagonalen ungerade ist, so auch die der Seiten.

C: Die Anzahl der Diagonalen ist stets größer als die der Seiten.

D: Es gibt ein konvexes Polygon mit 27 Diagonalen.

E: Das Polygon mit kleinster Seitenzahl und mehr als 50 Diagonalen ist das 13-Eck.

5-Punkte-Fragen

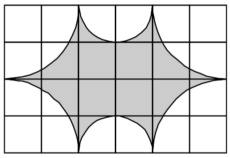
21. Auf eine hölzerne Kugel vom Radius R zeichnen wir einen Kreis, wofür wir einen Zirkel benutzen, bei dem der Radius R eingestellt ist. Welchen Umfang hat der gezeichnete Kreis?

A: πR **B:** $\frac{3\pi R}{2}$ **C:** $\pi R\sqrt{3}$ **D:** $2\pi R$ **E:** $2\pi R\sqrt{3}$

22. Im Koordinatensystem hüpft ein Vogel folgendermaßen: Er startet im Koordinatenursprung und bewegt sich 1 Einheit nach rechts (Ost), im 2. Schritt um 2 Einheiten nach Norden, im 3. Schritt um 3 Einheiten nach Westen, im 4. Schritt um 4 Einheiten nach Süden, im 5. um 5 Einheiten nach Osten usw. In welchem Punkt des Koordinatensystems sitzt der Vogel, nachdem er den 50. Schritt absolviert hat?

A: (-25,26) **B:** (25,26) **C:** (26,25) **D:** (25,-26) **E:** (26,-25)

23. Wieviel Prozent der Gesamtfläche ist von dem von Kreisbögen berandeten schattierten Gebiet überdeckt?



A: $100 - \frac{125}{6}\pi$ **B:** $200 - \frac{250}{6}\pi$ **C:** $120 - \frac{125}{6}\pi$ **D:** 47,1 **E:** 52,9

24. Wie viele Symmetrieebenen hat ein Würfel? (Eine Ebene ist Symmetrieebene des Würfels, wenn der Würfel bei einer Spiegelung an dieser Ebene auf sich selbst abgebildet wird.)

A: 1 **B:** 3 **C:** 13 **D:** 9 **E:** 6

25. In einem rechtwinkligen Dreieck ist der Radius des Inkreises 2, der des Umkreises ist 6,5. Wie groß ist der Umfang des Dreiecks?

A: 30 **B:** 26 **C:** 28 **D:** 31 **E:** 29

26. Die größte ganze Zahl n, für die $n + 27$ und $n - 62$ Quadratzahlen sind, ist

A: 598 **B:** 1598 **C:** 3998 **D:** 1998

E: eine größte Zahl mit dieser Eigenschaft existiert nicht.

27. Wenn $a \star b = \max(2a; a + b)$, dann ist $(2 \star 3) \star (3 \star 2)$ gleich

A: 9 **B:** 10 **C:** 11 **D:** 12 **E:** 13

28. Von der Zahl Φ ist bekannt, daß sie der Gleichung $\Phi^2 = \Phi + 1$ genügt (Φ heißt dann die Zahl des Goldenen Schnittes.) Dann ist Φ^5 gleich

A: $3\Phi + 1$ **B:** $4\Phi + 2$ **C:** $5\Phi + 3$ **D:** $6\Phi + 4$ **E:** $7\Phi + 5$

29. Welche der folgenden sechsstelligen Zahlen ist stets durch 7 teilbar, egal, welche Ziffern für P und Q gesetzt werden?

A: Q Q P P Q P **B:** Q P Q P Q P **C:** P Q P P Q Q **D:** Q P P Q Q P **E:** P P P Q Q Q

30. In unserer dunklen Speisekammer stehen 20 Gläser mit Marmelade von der Großmutter, 8 mit Erdbeerkonfitüre, 7 mit Himbeerkonfitüre und 5 mit Brombeerkonfitüre. Einen Teil der leckeren Konfitüren darf ich zur Klassenfahrt mitnehmen. Ich soll sie mir aus der dunklen Kammer holen. Dabei muß ich aber meiner Familie versprechen, daß von einer der Sorten mindestens 4 und von einer weiteren Sorte mindestens 3 Gläser in der Kammer verbleiben. Wieviel Gläser kann ich maximal auf die Klassenfahrt mitnehmen?

A: 5 **B:** 6 **C:** 7 **D:** 8 **E:** 9